

Problème 552 – Les lignes du ciel

Niveaux : Cinquième

Chapitres : Angles, Proportionnalité

Inédit, publié le 18/08/2025



Nous avons tous, à un moment ou à un autre, aperçu les lignes que laissent derrière eux les avions dans le ciel. Ces lignes, souvent droites, sont appelées des « traînées de condensation », et sont des nuages artificiels provenant de la condensation des vapeurs d'eau émises par les avions à très haute altitude. Elles décorent peut-être le ciel, mais ne sont pas innocentes, car elles témoignent de l'émission par les avions d'importantes quantités de gaz à effet de serre. Dans ce problème, nous garderons à l'esprit ce point en espérant qu'un jour ces lignes disparaissent au profit de moyens de transport plus écologiques.

Pour ce problème, nous allons uniquement regarder ces lignes sous un angle purement géométrique. On imagine que deux avions ont laissé dans le ciel des lignes de traînée le long de deux droites, nommées (d_1) et (d_2) . Ces deux droites se coupent en un point O en formant un angle α mesurant 30° , comme on peut le voir sur l'image du ciel visible en **Annexe**. On considère alors, placé en un point A sur cette image, un avion dont la direction est parallèle à la droite (d_1) . Sur son passage, cet avion laisse une traînée le long d'une droite (d_3) , qui coupe la droite (d_2) en un point B.

1) a) Tracer précisément sur l'image en **Annexe** la droite (d_3) .

b) Donner, en la justifiant, la mesure de l'angle \widehat{ABO} .

2) Lucien, un collégien, scrute le ciel et voit les lignes de traînée déjà tracées. Il voit alors arriver à partir d'un point C (pas encore placé) **en haut** sur l'image en **Annexe**, un nouvel avion qui coupe les lignes de traînées précédentes en passant précisément au point O, perpendiculairement à la droite (d_2) . On appelle (d_4) la droite représentant la nouvelle ligne de traînée, et D son point d'intersection avec la droite (d_3) .

- a) Tracer précisément en **Annexe** la droite (d_4).
- b) Déterminer, en la justifiant, la mesure de l'angle \widehat{ODB} .
- 3) Le point C à partir duquel Lucien a vu arriver l'avion se trouve être le point symétrique du point D par rapport au point O. Quelle est la nature du triangle BCD ? Justifier la réponse.
- 4) Lucien trace avec son doigt une ligne droite imaginaire entre les points B et C. Celle-ci coupe la droite (d_1) en un point E. Lucien affirme alors que ce point E est à égale distance des points O, B et C.
- Justifier que cette affirmation est correcte.
- 5) Le grand-père de Lucien, qui fut aviateur dans sa jeunesse, voit son petit-fils scruter le ciel et lui explique comment il s'orientait avec les heures quand il pilotait des avions. « On dit qu'un avion va devant lui vers midi : à droite, il est 3 heures, derrière lui 6 heures et à gauche à 9h ».
- a) Quand l'avion qui était initialement en A a touché les points B et D, dans quelles directions respectives, exprimée en heures en considérant le point de vue de cet avion, se situait alors le point O ?
- b) Quand l'avion vu par Lucien a touché le point D, dans quelle direction, exprimée en heures en considérant le point de vue de cet avion, se situait alors le point A ?

Annexe

